

## Congruencia modular

Edgard A. Araya C.  
Álgebra I - Ay. 10  
051 Agosto 2019

Def: Los números  $a, b \in \mathbb{Z}$  se dicen congruentes módulo  $n$  si existe  $k \in \mathbb{Z}$  tal que  $a - b = k \cdot n$ .

En tal caso, escribiremos  $a \equiv b \pmod{n}$  o bien  $a \equiv b (n)$ .

Def: Dado  $n \in \mathbb{N}$ , se define la clase de  $k$  módulo  $n$  como

$$\overline{k}_n = [k]_n = \{ a \in \mathbb{Z} : a \equiv k \pmod{n} \}$$

Def: El conjunto entero módulo  $n$  se define como:

$$\mathbb{Z}_n = \{ [0]_n, [1]_n, [2]_n, \dots, [n-1]_n \}$$

### Ejercicios:

① Demostrar las siguientes propiedades:

Ⓐ  $a \equiv b (n) \iff b \equiv a (n)$

Ⓑ  $a \equiv a (n)$ .

Ⓒ  $a \equiv b (n) \wedge b \equiv c (n) \implies a \equiv c (n)$

Ⓓ  $a \equiv b (n) \wedge c \equiv b (n) \implies a \equiv c (n)$

Ⓔ  $a \equiv b (n) \wedge c \equiv d (n) \implies (a+c) \equiv (b+d) \pmod{n}$

Ⓕ  $a \equiv b (n) \wedge c \equiv d (n) \implies (a-c) \equiv (b-d) \pmod{n}$

Ⓖ  $a \equiv b (n) \wedge c \equiv d (n) \implies (ac) \equiv (bd) \pmod{n}$

Ⓖ  $a \equiv b (n) \implies ma \equiv mb (n)$

② ¿Qué día de la semana será en 100 días más?  
¿ en 1000 días? ¿ en 5000 días?

③ ¿Es el número 22051946 un cuadrado perfecto?

④ (Solo si se atreve) demuestre que:

Ⓐ  $a \equiv b (m) \implies a^n \equiv b^n \pmod{m}$

Ⓑ  $na \equiv nb \pmod{m} \wedge n, m \text{ primos} \implies a \equiv b \pmod{m}$